

Бүсийн олимпиад 2018

1. a, b, c нь $abc = 1$ байх эерэг тоонууд бол

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{9}{2(a+b+c)} \geq \frac{9}{2}$$

тэнцэтгэл биш биелэхийг батал.

2. Хурц өнцөгт ABC гурвалжны A оройгоос AD өндөр татахад $2 \cdot BD = CD = AD$ байв. Гурвалжны AB тал дээр E цэгийг $AC = CE$ байхаар сонгон авсан бол $DE \perp AB$ гэдгийг батал.

3. p нь 3-аас их анхны тоо бол $6^n + 3^n - 2^n$ нь p -д хуваагддаг натурал тоо n олдохыг батал.

4. Бичлэгтээ 9 цифр агуулаагүй натурал тоог *дутуу* тоо гэж нэрлэе. Бүх гишүүд нь дутуу тоо байдаг өсдөг арифметик прогресс хамгийн олондоо хэдэн гишүүнтэй байж болох вэ?