

Бага сунгаа V

1. $a_1, a_2, \dots, a_n$ натурал тоонууд ба $P = a_1 a_2 \cdots a_n$. Хэрвээ n нь 2-аас их сондгой натурал тоо бол

$$\text{ХИЕХ}(a_1^n + P, a_2^n + P, \dots, a_n^n + P) \leq 2 \cdot (\text{ХИЕХ}(a_1, a_2, \dots, a_n))^n$$

2. Хурц өнцөгт, элдэв талт ABC гурвалжин өгөгдөв. Уг гурвалжны дотор A_1 цэгийг $\angle A_1 AB = \angle A_1 BC$ ба $\angle A_1 AC = \angle A_1 CB$ байхаар авав. Үүнтэй адилаар B_1, C_1 цэгүүдийг тодорхойлсон бөгөөд уг гурвалжны орто төвийг H , хүндийн төвийг G гэвэл A_1, B_1, C_1, G, H цэгүүд нэг тойрог дээр оршино гэж батал.

3. $n \times n$ хүснэгтэд $2n - 2$ тэмээг бие биеээ идэхгүйгээр хэчнээн янзаар байрлуулж болох вэ?

4. $a_0, b_0 \in \mathbb{N}$ ба $a_{i+1} = a_i + \lfloor \sqrt{b_i} \rfloor$, $b_{i+1} = b_i + \lfloor \sqrt{a_i} \rfloor$, ($i \geq 0$). Тэгвэл $a_n = b_n$ байх n тоо олдоно гэж батал.