

Бага сунгаа V

1. $ad = bc$ ба $n^2 < a < b < c < d < (n+1)^2$ байх $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ тоонууд олдохгүй гэж батал.
2. $n \times n$ хүснэгтэд $2n - 2$ тэмээг бие биеээ идэхгүйгээр хэчнээн янзаар байрлуулж болох вэ?
3. Хурц өнцөгт, элдэв талт ABC гурвалжин өгөгдөв. Уг гурвалжны дотор A_1 цэгийг $\angle A_1AB = \angle A_1BC$ ба $\angle A_1AC = \angle A_1CB$ байхаар авав. Үүнтэй адилаар B_1, C_1 цэгүүдийг тодорхойлсон бөгөөд уг гурвалжны орто төвийг H , хүндийн төвийг G гэвэл A_1, B_1, C_1, G, H цэгүүд нэг тойрог дээр оршино гэж батал.
4. $\forall x \in \mathbb{R}$ хувьд $f(x+1) = f(x) + 1$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ хувьд $f(x) = x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$ байх бүх сондгой $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ функцийг ол.