

### МУБИС-ийн олимпиад 2019

1.  $x \neq 0; 1$  байх болит  $x$  хувьд  $f(x) + f\left(\frac{x-1}{x}\right) - xf(2) = 5$  нөхцөл биелдэг  $f(x)$  функцийг ол.
2.  $ABC$  гурвалжинд  $AM$  медиан татав.  $AB$ ,  $AC$  талын дундаж цэгийг дайрсан,  $AB$ ,  $AC$ -д перпендикуляр шулуунууд  $AM$  медиантай огтлох цэгийг харгалзан  $E$ ,  $F$  гэж тэмдэглэв.  $BE$ ,  $CF$  шулууны огтлолцолын цэгийг  $L$  гэж тэмдэглэв.  $L$  цэгээс  $AB$ ,  $AC$  талд буулгасан перпендикулярын суурийг харгалзан  $L_1$ ,  $L_2$  гэж тэмдэглэв.  $L_1L_2$  шулуун  $AM$  медианд перпендикуляр болохыг батал.
3. Эерэг бүхэл тооны сүүлийн цифрийг арилгаж үүсэх тоон дээр арилгасан цифрийг 7-оор үргүүлэн нэмэх үйлдэл зөвшөөрөгдсөн байв (Жишээ нь энэ үйлдлийг 2018 тоон дээр хийвэл  $201 + 56 = 257$  болох ба гарсан тоон дээр энэ үйлдлийг үргэлжлүүлэн хийх замаар 3 дахь үйлдлийн дараа 35 гарна). Тэгвэл  $25^{2019}$  тоон дээр энэ үйлдлийг 3000 удаа хийхэд гарах тоог ол.
4. 19 хоттой улсын аль ч хоёр хот нь авто эсвэл төмөр замын аль нэгээр холбогдсон. Жуулчин нэг удаа аялахдаа гарсан хотоосоо гадна яг хоёр хотоор зочилж анхны хотдоо ирдэг. Жуулчид автомашинаар ч, галт тэргээр ч аялахыг хүсдэг ба аль ч хоёр нь авто замаар холбогдсон гурван хотыг эсвэл аль ч хоёр нь төмөр замаар холбогдсон гурван хотыг тохиромжгүй гурвал гэдэг. Тохиромжгүй гурвал хамгийн цөөндөө хэд байх вэ? Харгалзах байгуулалтыг ол.