

Орчлон 2019

1. $a_1 + 1, a_2 + 2, \dots, a_{2019} + 2019$ нийлбэрүүд нь бүгд анхны тоо байх $1, 2, \dots, 2019$ тоонуудын $a_1, a_2, \dots, a_{2019}$ гэсэн сэлгэмэлийн тоо бүтэн квадрат гэдгийг батал.

2. $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ бол $n > m$ байх ямар ч натурал m, n тоонуудын хувьд

$$2|\sin^n x - \cos^n x| \leq 3|\sin^m x - \cos^m x|$$

тэнцэтгэл биш биелэхийг батал.

3. Натурал k тоо, хамгийн бага анхны тоон хуваагчид нь k -аас их байдаг натурал m, n тоонууд өгөгджээ. $m^m - n^n$ ялгавар $k!$ -д хуваагддаг бол $m - n$ ялгавар k -д хуваагдахыг батал.

4. I цэгт төвтэй тойргийг багтаасан $ABCD$ дөрвөн өнцөгт өгөгджээ. $[BA), [CD)$ цацрагууд P цэгт, $[AD), [BC)$ цацрагууд Q цэгт тус тус огтлолцоно. Дөрвөн өнцөгтийн хавтгай дээр орших K цэгийн хувьд $\angle IKP = \angle IKQ$ бол $\angle IKA = \angle IKS$ байхыг батал.