

## Дүүрэг 2019

1.  $x, y, z$  дурын бодит тоонууд бол

$$f(x, y, z) = \sqrt{2 + x^2} + \sqrt{2 + (x - y)^2} + \sqrt{2 + (y - z)^2} + \sqrt{2 + (2 - z)^2}$$

илэрхийллийн авч болох хамгийн бага утгыг ол.

2. Бүхэл тоо бүрийг улаан эсвэл хөх өнгийн аль нэгээр дурын аргаар будахад өгөгдсөн  $k$  натурал тоонд хуваагддаг, ижил өнгийн төгсгөлгүй олон тоо олдохыг батал.

3.  $\frac{2a^2 + 3b^2}{2a + 3b}$  бүхэл тоо байдаг бүх  $(a, b)$  гэсэн харилцан анхны натурал тоон хосыг ол.

4.  $ABC$  тэгш өнцөгт гурвалжны  $\angle B = 90^\circ$  болно.  $AA_1$  ба  $CC_1$  биссектрисууд  $I$  цэгт огтлолцоно.  $C_1$  цэгийг дайрсан  $AA_1$ -д перпендикуляр шулуун ба  $A_1$  цэгийг дайрсан  $CC_1$ -д перпендикуляр шулуун  $K$  цэгт огтлолцдог бол  $KI$  хэрчмийн дундаж цэг  $AC$  хэрчим дээр оршихыг батал.