

Тусгаар тогтнолын олимпиад

1. $a_1, a_2, \dots, a_{2019}$ -ээрэг бүхэл тоонууд

$$\frac{9^{2019} - 13 \cdot 3^{2019} + 7}{9^{(a_1+a_2)(a_2+a_3)\cdots(a_{2018}+a_{2019})(a_{2019}+a_1)} - 1}$$

бутархай хураагдахыг батал.

2. $\angle A = 100^\circ$, $\angle B = 20^\circ$ байх ABC гурвалжны дотор $\angle DAB = 30^\circ$, $\angle DBA = 10^\circ$ байх D цэг авав. $\angle ACD$ -г ол.

3. $\frac{1}{x} + \frac{1}{2y} + \frac{1}{3z} = \frac{5}{4}$ тэгшитгэлийн бүх натурал шийдийг ол.

4. $6 \leq n$, $n \in \mathbb{N}$ байг. $n \times n$ хөлгийн нүднүүдийг k өнгөөр будав (нэг нүд нэг л өнгөөр будагдана). Морины нүүдлээр хөлгийн зүүн доод булангаас баруун дээд буланд очих зам k -аас цөөн өнгийн нүд дамждаг бол түүнийг *сайн зам* гээ. Тэгвэл

а) $k = n$ үед хөлгийг яаж ч будсан *сайн зам* олдохыг батал.

б) $k = \left\lfloor \frac{2n}{3} \right\rfloor + 2$ үед хөлгийг яаж ч будсан *сайн зам* олддог байх n натурал тоо төгсгөлгүй олон олдохыг батал. Мөн *сайн зам* олддоггүй байхаар будаж чадах n тоо төгсгөлгүй олон олдохыг батал.