

ММО-55, II даваа

1. Дурын натурал n тооны хувьд $a^n + b^n + 2n$ тоо d тоонд хуваагддаг байх бүх натурал тоон (a, b, d) гурвалыг ол.

2. ω тойрог ABC гурвалжны AB ба BC талыг харгалзан E ба C цэгт шүргэдэг байв. E цэгийг дайрах AC шулуунтай параллель шулуун BC талыг D цэгт огтолно. ED ба AC шулууны ω тойргийг огтлох шинэ цэгүүд нь харгалзан K ба H байг. BK шулуун AC шулуунтай G цэгт огтлолцох бол $AH = CG$ гэж батал.

3. $0 \leq a \leq b \leq c$ тоонуудын хувьд

$$(a+c)^2(b+1)^2 \geq (a+b+c+1)(ab+bc+ca+abc)$$

тэнцэтгэл биш биелэхийг харуул.

4. O_1 төвтэй ω_1 тойрог нь O_2 төвтэй ω_2 тойрогтой P ба Q цэгүүдэд огтлолцено. O_1P шулуун ω_2 тойргийг N цэгт, O_2P шулуун ω_1 тойргийг M цэгт тус тус дахин огтлох бол M, O_1, Q, O_2, N цэгүүд нэг тойрог дээр оршино гэж батал.

5. 1, 2 цифрээр бичигдэх 15 оронтой 999-д хуваагдах тоо хэд байх вэ?

6. Шатрын хөлөг дээр тэмээ бүр яг хоёр тэмээ идэж чаддаг байхаар хамгийн олондоо хэдэн тэмээ байрлуулж болох вэ?