

ММО-55, II даваа

1. $(a^2 + c^2)(b^2 + 1) = (ac + b)^2 + 25$ байх бүх натурал тоон $a < b < c$ гурвалыг ол.

2. ω тойргийн гадна орших P цэгээс ω тойрогт PA ба PB шүргэгчүүд татав. P цэгийг дайрсан шулуун ω тойргийг C ба D цэгт огтолно. B цэгийг дайрсан PA шулуунтай параллель шулуун AC , AD шулуунуудтай харгалзан E , F цэгүүдэд огтлолцох бол $BE = BF$ гэж батал.

3. $n \geq 2$ гэе. $1, 2, \dots, n$ дугаартай n зогсоол дээр $1, 2, \dots, n$ дугаартай n машиныг байрлуулав. Машин бүрийн дугаараас уг машин зогссон зогсоолын дугаарыг хасахад гарах n ялгавар бүгд ялгаатай байвал энэ байрлуулалтыг *зөв* гэж нэрлэе. Нийт зөв байрлуулалтын тоо сондгой гэж батал.

4. O төвтэй ω тойргийн EF диаметр авъя. ω тойргийн A ба B цэгүүд EF шулууны нэг талд оршдог ба EF диаметр дээр орших P цэгийн хувьд $\angle APE = \angle BPF$ бол A , O , P , B цэгүүд нэг тойрог дээр оршино гэж батал.

5. Сөрөг биш $a, b, c \geq 0$ тоонуудын хувьд

$$a + b + c = a^3 + b^3 + c^3 = 2$$

бол $\max\{a, b, c\}$ тооны авч болох хамгийн их утгыг ол.

6. 1, 2 цифрүүдээр бичигдэх $\underbrace{99 \dots 9}_{2109}$ тоонд хуваагдах хамгийн бага натурал тоог ол.