

ММО-52

1. n натурал тоо бол $2^n + 3^n + 5^n$ нь бүтэн квадрат тоо биш гэж батал.

2. 00, 01, 02, 03, ..., 97, 98, 99 дугаартай 100 ширхэг билетээс ямар ч k ширхэг билетийг сонгон авахад, тэдгээрийн дундаас аравтын орны цифрүүд нь хоорондоо ялгаатай, мөн нэгжийн орны цифрүүд нь хоорондоо ялгаатай байдаг 4 билет олддог байв. k -ийн боломжит хамгийн бага утгыг ол.

3. ABC гурвалжны гадна D , E цэгүүдийг, харин дотор нь F цэгийг ADB , BEC , CFA гурвалжнууд нь ABC гурвалжны талууд дээр суурьтай, хоорондоо төсөөтэй адил хажуут гурвалжнууд байхаар сонгон авав. $DBEF$ дөрвөн өнцөгт параллелограмм гэж батал.

4. Эерэг a, b тоонуудын хувьд $a + b = 2$ бол

$$\frac{a}{1+b+b^2} + \frac{b}{1+a+a^2} \geq \frac{2}{3}$$

тэнцэтгэл биш биелэхийг батал.

5. $2 \times n$ хэмжээтэй хүснэгтийн зарим нүдийг будахад, будагдсан аль ч хоёр нүд нь хөрш биш байвал уг будалтыг “зөв будалт” гэж нэрлэе. Тэгш тооны нүдийг будсан зөв будалтын тоо ба сондгой тооны нүдийг будсан зөв будалтын тооны ялгаврыг ол. (Ерөнхий талтай нүднүүдийг хөрш нүднүүд гэж нэрлэнэ)

6. ABC гурвалжны AC тал дээр D цэг, AB тал дээр E цэгийг сонгон авчээ. ABC гурвалжны BP биссектрис, ADE гурвалжны DQ биссектриссүүд хоорондоо перпендикуляр бол $PQ \parallel EC$ гэдгийг батал.