ММО-06

1. Шатрын тэмцээнд 10 тамирчин оролцжээ. Тэд бусадтайгаа зөвхөн нэг нэг өрөг тоглосон ба дүн гарахад ижил оноотой шатарчид байсангүй. Харин эхний хоёр байр эзэлсэн шатарчид нэг ч хожигдоогүй, III байр эзэлсэн шатарчин эхний хоёрын авсан онооны нийлбэрээс 10 оноо дутуу, IV байр эзэлсэн шатарчин сүүлчийн дөрвөн байр эзэлсэн шатарчдын авсан онооны нийлбэртэй тэнцүү оноо авсан бол VI, VII байр эзэлсэн шатарчдын хэн нь хожсон бэ? Сүүлийн 6 шатарчны авсан онооны нийлбэрийг ол.

2. $\sqrt{2+x-2\sqrt{x+1}}+\sqrt{17+x-8\sqrt{x+1}}=3$ тэгшитгэлийн бүх бодит язгуурыг ол.

3. $\dfrac{8}{3(\cos^2 x+2\cos x+4)}-\dfrac{2}{\cos^2 x+4\cos^2\frac{x}{2}}+\dfrac{1}{12\cos^4\frac{x}{2}}=0$ тэгшитгэлийг бод.

4. Олимпиад зохион байгуулах хороо 11 гишүүнтэй бөгөөд олимпиадын материалыг нууцын авдарт хадгалдаг байв. Авдрыг ямар ч 5 гишүүн онгойлгож чадахгүй бөгөөд аль ч 6 гишүүн нь онгойлгодог байхын тулд авдар хэдэн цоожтой байх ёстой ба гишүүн бүрд хэдэн түлхүүр өгвөл зохих вэ?

5. m натурал тоо бол $x^2+y^2+2xy-mx-my-m-1=0$ тэгшитгэлийн бүхэл шийдүүдийн дотор m ширхэг натурал тоон шийд байхыг үзүүл.

6. Шулуун дугуй цилиндрийн дээд суурийн M цэгээс доод суурийн N цэг дээр буулгасан MN перпендикулярыг бэхлэв. Дээд суурийн тойргийн дурын цэгийг доод суурийн тойргийн цэгтэй холбогч хэрчмүүдийн дотроос MN хэрчмийг огтлогч бүх хэрчмүүдийн дундаж цэгүүдийн геометр байрыг ол.