

ММО-10

1. $\log_{x-1}(x+1) > \log_{x^2-1}(x+1)$ тэнцэтгэл бишийг бод.

2. $a+b+c=2$ бол $a^{2^n} + b^{2^n} + c^{2^n} > \frac{1}{2^{2^n}-1}$ тэнцэтгэл бишийг батал. Энд n -натурал тоо ба a, b, c -нь бодит тоо.

3. P цэгт шүргэлцсэн 2 тойрог өгчээ. Нэг тойргийг A цэгээр шүргэсэн шулуун нөгөө тойргийг B, C цэгүүдээр огтлов. PA шулуун PB, PC шулуунуудын хоорондох өнцгийг таллан хуваахыг батал.

4. Рационал тоон олонлог $\mathbb{Q}$ дээр тодорхойлогдсон $f(x)$ функц дурын $x, y \in \mathbb{Q}$ -ийн хувьд

$$f(xy) = f(x)f(y) - f(x+y) + 1$$

ба $f(1) = 2$ бол $f(x)$ функцийг ол.

5. $a_0, a_1, \dots, a_n$ дараалал $a_0 = \frac{1}{2}$ ба $0 \leq k \leq n-1$ хувьд $a_{k+1} = a_k + \frac{1}{n}a_k^2$ гэсэн рекуррент томъёогоор өгөгдсөн бол $1 - \frac{1}{n} < a_n < 1$ болохыг батал.

6. $n > 2$ хайрцагт харгалзан $b_1, \dots, b_n$ ширхэг ном байв. Минут бүрд тэдгээрийн $n-2$ -д нь нэг нэг ном нэмнэ. $n, b_1, \dots, b_n$ тоонууд ямар нөхцөл хангаж байвал хэзээ нэг цагт бүх хайрцаг тэнцүү номтой болох боломжтой вэ?