

Хот хоорондын 40-р уралдаан, Намрын уралдаан, үндсэн даваа, XI-XII

1. Нэгэн арал дээр 2018 хүн амьдардаг бөгөөд хүмүүсийн зарим нь үнэнч, зарим нь худалч, үлдсэн нь аялдан дагагч байсан бөгөөд хүн бүр бусдынхаа хэн нь хэн бэ? гэдгийг мэддэг байв. Арлын бүх суугчдыг нэг эгнээнд зогсоогоод *Арлын үнэнч хүмүүс олон уу?* гэсэн асуултыг хүн бүрээс ээлжлэн асуужээ. Хүн бүр *тийм* эсвэл *үгүй* гэсэн хариултыг хэлсэн бөгөөд үнэнч нь үнэн, худалч нь худал, харин аялдан дагагч нар түүнээс өмнө хариулсан хүмүүсийн олонхитой ижил хариултыг хэлнэ (хэрэв түүнээс өмнөх *тийм*, *үгүй* гэсэн хариулт тэнцвэл, ямар ч хамаагүй хариултыг хэлнэ.) *Тийм* гэсэн хариултын тоо яг 1009 байсан бол арал дээр хамгийн олондоо хэдэн аялдан дагагч байсан бэ?

2. O цэгт төвтэй тойрогт багтсан хурц өнцөгт, элдэв талт ABC гурвалжны AN_a , BN_b өндрүүдийг татжээ. Гурвалжны BC талын дундаж цэгийн хувьд H_a цэгтэй тэгш хэмтэй цэгийг X гэж, CA талын дундаж цэгийн хувьд H_b цэгтэй тэгш хэмтэй цэгийг Y гэж тэмдэглэв. CO шулуун нь XY хэрчмийг огтлолын цэгээрээ хагаслан хуваахыг батал.

3. Бүхэл тооны квадратыг бүтэн квадрат тоо, бүхэл тооны кубыг бүтэн куб тоо гэж нэрлэе.

1. k нь бүхэл тоо байхад $3k - 2$ тоог нэг бүтэн квадрат, хоёр бүтэн кубийн нийлбэрт задалж болохыг батал.

2. Ямар ч бүхэл тоог нэг бүтэн квадрат, гурван бүтэн кубийн нийлбэрт задалж болохыг батал.

4. Анх дөрвөлжин шугамтай, цагаан өнгийн хавтгайн төгсгөлөг тооны нүд хар өнгөөр будагдсан байжээ. Мөн шугамын дагуу талуудтай, нэгээс олон нүдтэй M олон өнцөгтийг цаасаар хийж, энэ хавтгай дээр байрлуулсан байв. M олон өнцөгтийг талууд нь шугамын дагуу таарахаар ямар ч чиглэлд, ямар ч зайд эргүүлэлгүй зөөж байрлуулж болно. Ингэж зөөхөд M олон өнцөгтийг яг 1 ширхэг нүд цагаан өнгийн нүдэнд таарвал, хавтгайн тэр цагаан нүдийг хар өнгөөр будаж болно. M олон өнцөгтийг хэдэн ч удаа ингэж зөөхөд хар өнгөөр хэзээ ч будагдахгүй цагаан нүд олдохыг батал.

5. Гурвалжны гурван медиан нь гурвалжны оройн өнцгүүдийг 6 өнцөг болгон хуваана. Энэ 6 өнцөг дотор 30° -аас их хэмжээтэй өнцөг хамгийн олондоо хэд байж болох вэ?

6. Ox шулуун дээр натурал тоон координаттай төгсгөлгүй олон цэг тэмдэглэжээ. Шулуун дээгүүр дугуй өнхрөхөд, тэмдэглэсэн цэг бүр дугуйд цэгэн мөр үлдээнэ. O цэгээс R радиустай дугуйг өнхрүүлэхэд дугуйн 1° хэмжээтэй ямар ч нум дээр ядаж нэг мөр үлдсэн байхаар R радиусыг сонгож болохыг харуул.

7. Рокфеллер, Маркс хоёр дараах тоглоомыг тоглов. Хот бүрд ижил тооны хүн амьдардаг $n > 1$ ширхэг хот байжээ. Анх хүн бүрд 1 нэг зоос байна. Рокфеллер хот тус бүрээс 1, 1 хүн сонгож авах бөгөөд Маркс сонгосон хүмүүсийн нийт зоосыг тэр хүмүүст дахин хуваарилж өгнө. Тэгэхдээ ядаж нэг хүнд өмнөхөөс нь өөр тооны зоос өгөх ёстой. Хот бүрд ядаж нэг хүн зоосгүй болоход Рокфеллер хожино. Хот тус бүр

1. $2n$ хүнтэй,
2. $2n - 1$ хүнтэй байхад Марксын хуваарилахаас огт хамаарахгүйгээр Рокфеллер ямагт хожиж чадахыг батал.