

## Сайн гараа 2018

1.  $x + y + z = 2$  байх  $x, y, z$  эерэг бодит тоонуудын хувьд

$$\frac{(x-1)^2}{y} + \frac{(y-1)^2}{z} + \frac{(z-1)^2}{x} \geq \frac{1}{4} \left( \frac{x^2+y^2}{x+y} + \frac{y^2+z^2}{y+z} + \frac{z^2+x^2}{z+x} \right)$$

тэнцэтгэл биш биелэхийг батал.

2. Болдод гурван овоо чулуу байв. Тэр нэг үйлдэлдээ аль нэг овооноос чулуу авч нөгөө овооны чулууг 2 дахин их болгож чадна. Тэгвэл тэр ямагт аль нэг овоог чулуугүй болгож чадах уу?

3.  $\angle A = 90^\circ$  байх тэгш өнцөгт гурвалжинд  $AH$  өндөр,  $AM$  медиан татав.  $BA, AC$  катетууд дээр харгалзан гадаад байдлаар  $BAR, CAQ$  зөв гурвалжнууд байгуулав. Хэрэв  $AM$  шулуун  $PQ$  хэрчмийг  $N$ цэгт огтолдог бол  $\angle NHP = \angle AHQ$  гэж батал.

4.  $p$  нь анхны тоо.  $a_1, a_2, \dots, a_p$  нь бүхэл тоонууд байг.

$$a_1 + k, a_2 + 2k, \dots, a_p + pk$$

тоонуудыг  $p$ -д хуваахад дор хаяж  $\frac{1}{2}p$  ширхэг ялгаатай үлдэгдэл өгдөг байх  $k$  бүхэл тоо олдохыг батал.