

Орчлон 2019

1. $a_0 = 1$, $a_1 = 6$ бөгөөд $n \geq 1$ үед $a_{n+1} = 20a_{n-1} + 19a_n$ байх натурал тоон дараалал өгөгдөв. a_n гишүүн нь бүтэн квадрат тоо байдаг $n > 0$ дугаар олдох уу?
2. Ямар ч натурал n тооны хувьд $|a - n^2| > 2019$ байх тоог *сайн* тоо гэж нэрлэе. a^3 нь сайн тоо байдаг төгсгөлгүй олон натурал a тоо олдохыг харуул.
3. $AB < AC$ талуудтай хурц өнцөгт ABC гурвалжны BC тал дээр D цэгийг $AD = AB$ байхаар сонгон авчээ. ABC гурвалжны өндрүүдийн огтлолцлын цэг H бөгөөд DH шулуун AB талыг E цэгт огтолно. ADE гурвалжныг багтаасан тойргийн төв нь AC тал дээр оршихыг батал.
4. 2 тоглогч ээлжлэн 10×10 хэмжээтэй хүснэгтийн аль нэг нүдийг будаж тоглоно (будсан нүдийг дахиж будахгүй). Хэрэв хүснэгтэд байгаа 3×3 хэмжээтэй ямар ч квадратад ядаж нэг будагдсан нүд байвал тоглогчид цааш будахаа зогсоох ба хамгийн сүүлийн нүдийг будсан тэр тоглогч тоглоомонд хожино. Зөв тоглолтод аль тоглогч хожих вэ?