

Тусгаар тогтнолын олимпиад

1. Натурал тоонуудын үл буурах $a_1, a_2, \dots$ дараалал өгөгджээ. Хэрэв өгсөн натурал n тооны хувьд $n = k/a_k$ байх k дугаар олддог бол уг n тоог энэ дарааллын хувьд сайн тоо гээ. Хэрэв 2019 өгсөн дарааллын хувьд сайн тоо бол 91 сайн тоо болох уу?

2. $ABCD$ гүдгэр дөрвөн өнцөгтийн AC ба BD диагоналиуд тэнцүү бөгөөд S цэгт огтлолцоно. ASD ба BSC гурвалжнуудыг багтаасан тойргууд нь харгалзан ω_1 ба ω_2 байг. $\angle ASD$ өнцгийн биссектрис ω_1 ба ω_2 тойргуудыг харгалзан P ба Q цэгүүдээр огтолно. P ба Q цэгүүдээс ω_2 ба ω_1 тойргуудад татсан шүргэгчүүд тэдгээрийг K , L , M , N цэгүүдэд шүргэнэ. Тэгвэл K , L , M ба N цэгүүд нэг тойрог дээр оршино гэж батал.

3. p анхны тооны хувьд $1^1, 2^2, \dots, (p-1)^{p-1}$ элементүүдийн p модулаарх үлдэгдлүүдийн олонлогийг R_p гэж тэмдэглэе. Тэгвэл R_p олонлогт ордоггүй модул p -ээр примитив язгуур дор хаяж 3 олддог байх төгсгөлгүй олон p олдохыг батал.

Санамж: Хэрэв $g^1, g^2, \dots, g^{p-1}$ элементүүд модул p -ээр бүгд ялгаатай бол g ($1 \leq g \leq p-1$)-г примитив язгуур гэдэг.

4. Хавтгайн ерөнхий байршилтай $2n$ ($n \geq 3$) цэгийн гүдгэр бүрхүүл нь n өнцөгт байв. Эдгээр цэгүүдэд оройтой, дотоод муждаа эдгээрийн цэгүүдийн алийг нь ч агуулаагүй гурвалжнуудын тоо $4n^2 - 9n + 4$ тооноос багагүйг батал.