

ММО-55, II даваа

1. $n \geq 2$, $k \geq 2$ гэе. $a_1, \dots, a_n \geq 0$ тоонуудын арифметик дунджийг A гэвэл

$$2^{k-1} (|a_1 - A|^k + \dots + |a_n - A|^k) \leq (|a_1 - A| + \dots + |a_n - A|)^k$$

тэнцэтгэл биш биелэхийг харуул.

2. $n \geq 2$ гэе. $1, 2, \dots, n$ дугаартай n зогсоол дээр $1, 2, \dots, n$ дугаартай n машин байрлуулав. Машин бүрийн дугаараас уг машин зогссон зогсоолын дугаарыг хасахад гарах n ялгавар бүгд ялгаатай байвал энэ байрлуулалтыг зөв гэж нэрлэе. Нийт зөв байрлуулалтын тоо сондгой гэж батал.

3. ABC гурвалжныг багтаасан тойрог ω ба $\angle B > \angle C$ гэе. ω тойргийн A цэгийг агуулах BC нумын дундаж цэгийг T ба ABC гурвалжинд багтсан тойргийн төвийг I гэе. ω тойрог дотор орших E цэгийн хувьд $AE \parallel BC$ ба $\angle AEI = 90^\circ$ байг. TE шулууны ω тойргийг огтлох шинэ цэг нь P ба $\angle B = \angle IPB$ бол $\angle A$ өнцгийг ол.

4. 2019-н тоог аль ч дараалсан таван a, b, c, d, e тооных нь хувьд $a - b + c - d + e = 55$ байхаар тойрог дээр байрлуулж болдог бол уг тоонуудыг ол.

5. $n \geq 2$ гэе. n зэргийн бодит $P(x)$ олон гишүүнт ба $m \geq 1$ урттай тогтмол биш $a_1, \dots, a_m$ арифметик прогресс $P(a_1), \dots, P(a_m)$ дараалал мөн тогтмол биш арифметик прогресс болохоор олддог байх m тооны хамгийн их утгыг ол.

6. $n^m = m^n + m + n$ байх бүх натурал тоон (n, m) хосыг ол.