

ММО-16

1. $x^2 + y^2 + z^2 = 1980$ тэгшитгэлийн бүх натурал шийдийг ол.

2. $a_1, \dots, a_n$ бодит тоонуудаас зохиосон

$$|a_1 + \dots + a_k - a_{k+1} - \dots - a_n|, \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

тоонуудын аль нэг нь $\max |a_i|$ -ээс үл хэтэрнэ гэж батал.

3. Гурвалжны хамгийн их өнцөг нь 90° -аас үл хэтрэх бөгөөд r ба R нь түүнд багтсан ба багтаасан тойргийн радиусууд, m нь гурвалжны хамгийн их өндөр бол $r + R \leq m$ болохыг батал.

4. n, a, b нь натурал тоонууд бөгөөд $a > b$, $n > b$, $a^n + b^n = c^n$ бол c нь бүхэл тоо байж чадахгүйг батал.

5. $\sin x > 0$, $n \in \mathbb{N}$ бол $n \sin^{n+1} x - (n+1) \sin^n x + 1 = 0$ тэгшитгэлийг бод.

6. $x_1, \dots, x_n$ тоонууд нь 1 ба -1 -ийн аль нэгтэй тэнцүү ба

$$\sum_{i=1}^n x_i x_{i+1} x_{i+2} x_{i+3} = 0, \quad (x_{n+k} = x_k)$$

бол n нь 4-д хуваагдахыг батал.