

ММО-11

1. Натурал n тоо ба бүхэл a_0, a_1, a_2, a_3 тоонуудын хувьд

$$a_0 + a_1 \sqrt[4]{4n+3} + a_2 \sqrt[4]{(4n+3)^2} + a_3 \sqrt[4]{(4n+3)^3} = 0$$

тэнцэл биелж байвал $a_0 = a_1 = a_2 = a_3 = 0$ болохыг батал.

2. $k > 2, m > 1$ байх k, m натурал тоонуудын хувьд аль ч k ширхэг нь арифметикийн прогресс үүсгэдэг mk ширхэг бодит тоо өгөгдсөн бол эдгээр тоонууд тэнцүү болохыг батал.

3. Аль ч гурав нь нэг шулуун дээр үл орших хавтгайн 6 цэгийг хос хосоор нь хэрчмээр холбожээ. Эдгээр хэрчим бүрийг хоёр өнгийн зөвхөн нэгээр буджээ. Өгсөн цэгүүд дээр оройтой, ижил өнгийн талуудтай гурвалжин дор хаяж 2 олдохыг үзүүл.

4. M нь тогтмол тоо агуулаагүй бөгөөд үл хураагдах $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ хэлбэртэй функцэн элементүүд бүхий төгсгөлөг олонлог болно. Энд a, b, c, d бүхэл. Дараах нөхцөлүүдийг хангах бүх M олонлогийг ол.

а) $f(x) \in M$ бол $\frac{1}{f(x)} \in M$;

б) $f(x), g(x) \in M$ бол $f(g(x)) \in M$;

в) $f(x), g(x) \in M$ бол $f(g(x)) = g(f(x))$.

5. $n \geq 3$ хүмүүс бие биетэйгээ гар барилцжээ. Гар барилтын тоо $1 + \left\lceil \frac{n^2}{4} \right\rceil$ -ээс багагүй бол хоорондоо гар барьсан 3 хүн олдохыг үзүүл.

6. 1×1 талбайтай квадрат дээр (дотор ба хүрээн дээр) 1975 цэг тэмдэглэжээ.

$$A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 A_7 A_8$$

тахир шугамын урт $\frac{9}{16}$ -өөс үл хэтрэх 8 цэг олдохыг үзүүл.

7. Зэргэлдээ хоёрын хоорондох зай нь a ба b байх 3 параллел шулуун дээр оройтой бөгөөд тэнцүү талуудын хоорондох өнцөг нь α байх адил хажуут гурвалжны талбайг ол.

8. $\left\lceil \frac{2x-1}{3} \right\rceil = \left\lceil \frac{x+1}{2} \right\rceil$ тэгшитгэлийг бод.